Олена Вознюк

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ У ДОСЛІДЖЕННЯХ ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Сучасна економіка широко використовує математичні теорії, поняття та співвідношення. Створення аналогів реальних систем за допомогою математичних моделей, по-перше, полегшує проведення економічних розрахунків та аналіз їх результатів, по-друге, дозволяє здійснити дослідження навіть тоді, коли у традиційний спосіб це виконати неможливо; по-третє, робить можливим перевірку певного теоретичного припущення без обов'язкового експерименту, який вимагає багато часу і витрат [1, с. 28].

Математичне моделювання дозволяє описати закономірності економічних процесів та явищ, їх взаємозв'язки за допомогою математичних рівнянь. У цьому випадку конструюється економіко-математична модель – концентрований вираз найсуттєвіших взаємозв'язків і закономірностей процесу функціонування економічної системи в математичній формі [1, с. 32].

Нині створено типові математичні моделі для великого кола задач. Тому часто для вирішення певної проблеми цілком достатньо лише знайти таку модель й адаптувати її до конкретної задачі. Якщо ж потрібної моделі не знайдено, то необхідно її побудувати, тобто виразити економічну проблему у вигляді певних математичний залежностей і співвідношень (функцій, рівнянь, нерівностей тощо). Спочатку визначається основна конструкція математичної моделі, а потім уточнюються її деталі (перелік змінних і параметрів, форма залежності та ін.) [2, с. 15].

Економіко-математичні моделі повинні задовольняти певні вимоги: достатня точність, гранична простота і наочність, типовість і специфічність [2, с. 15]. Достатня точність моделі означає, що при ідеалізації реального об'єкта враховані всі істотні властивості та зв'язки, а неістотні, другорядні, виключені з моделі. Модель повинна бути досить простою й наочною, оскільки подальша робота з переобтяженою неістотними чинниками і характеристиками моделлю складна, а іноді стає практично неможливою.

Типовість моделі – це можливість її застосування для вивчення аналогічних об'єктів або процесів. Проте оскільки жоден процес у чистому вигляді не повторюється, як і не існує абсолютно однакових об'єктів, то модель повинна враховувати специфіку процесу (об'єкта).

У спрощеному вигляді економіко-математична модель являє собою:

1) систему обмежень – рівняння, нерівності;

2) умову додатності змінних, виходячи із економічної або фізичної сутності змінних $(x_j \geq 0;\ j = \overline{1,n})$;

3) цільову функцію − аналітична залежність між критерієм (критеріями) оптимальності і параметрами, що підлягають оптимізації [3].

Розглянемо приклад економіко-математичної моделі задачі виробничого планування [3, с. 98]:

Підприємство планує випускати меблі двох видів, на виготовлення яких виділені необхідні сировинні та виробничі ресурси (табл. 1). Знайдіть такий план випуску продукції, щоб сумарний прибуток від її реалізації був найбільшим.

Таблиця 1

Види продукції	**Витрати ресурсів на одиницю продукції**				**Прибуток на одиницю продукції, грн.**
	Тканина оббивна, м^2	**Пиломатеріали, м^3**	**Деревостружкова плита, м^2**	**Устаткування верстатозмін**	
Стіл	0	0,032	1,6	11,4	36,27
Диван	4	0,06	0	3,8	6,7
Обсяг ресурсів	1856	31,648	641,6	4807	

Розв'язання. Нехай x_1 і x_2 – кількість запланованих до виробництва столів та диванів відповідно $(x_1 \geq 0, x_2 \geq 0)$. Сумарний прибуток від реалізації всієї випущеної продукції: $Z(X) = 36{,}27x_1 + 6{,}7x_2$ (цільова функція).

За умовою задачі потрібно накласти обмеження:

1) на запаси оббивної тканини: ;

2) на запаси пиломатеріалів: $0{,}032x_1 + 0{,}06x_2 \leq 31{,}648$;

3) на запаси деревостружкової плити: $1{,}6x_1 \leq 641{,}6$;

4) на об'єм технічного устаткування: $11{,}4\,x_1 + 3{,}8\,x_2 \leq 4807$.

Таким чином, економіко-математична модель задачі: знайти такий план випуску продукції $\bar{X} = (x_1, x_2)$, при якому буде досягатись максимум цільової функції $Z(X) = 36{,}27x_1 + 6{,}7x_2$

за умови: $$\begin{cases} 4x_2 \leq 1856 \ (1) \\ 0{,}032x_1 + 0{,}06x_2 \leq 31{,}648 \ (2) \\ 1{,}6x_1 \leq 641{,}6 \ (3) \\ 11{,}4x_1 + 3{,}8\,x_2 \leq 4807 \ (4) \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \ (5{,}6) \end{cases} \qquad (*)$$

Представимо розв'язок нерівності (*) графічно (рис. 1). Рисунок виконано за допомогою онлайн сервісу: http://math.semestr.ru/lp/index.

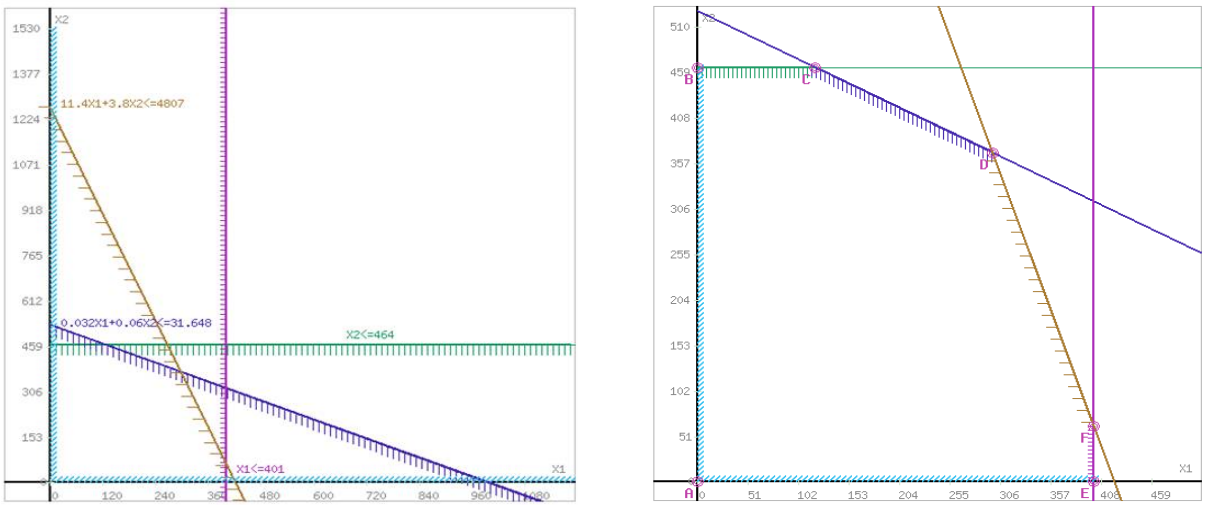

Рис. 1. Графічний розв'язок нерівності (*)

На рисунку: точка С одержується в результаті перетину прямих (1) і (2); т. D – це перетин прямих (2) (4); т. F – прямих (3) і (4).

Розв'язавши систему рівнянь: $\begin{cases} 4x_2 = 1856; \\ 11{,}4x_1 + 3{,}8\,x_2 = 4807. \end{cases}$ отримаємо, що $x_1 = 401$ та $x_2 = 62$. Підставивши ці значення у цільову функцію, ми одержимо її максимальне значення: $Z(X) = 36{,}27 \cdot 401 + 6{,}7 \cdot 62 = 14959{,}67$.

Отже, сумарний прибуток буде найбільшим за умови, що кількість вироблених столів буде дорівнювати 401, а диванів – 62.

Представлена задача належить до задач лінійного програмування. Вона яскраво демонструє застосування математичного апарату до розв'язання економічних задач прикладного характеру. Завдяки таким моделям з'являється можливість провести дослідження та обрати найбільш сприятливі умови для оптимізації економічної діяльності. У такий спосіб можна прослідкувати як змінюватиметься ефективність виробництва у зв'язку зі змінами багатьох параметрів системи.

Список використаних джерел:

1. Жадлун З. О. Економіко-математичне моделювання / З. О. Жадлун. – К. : Вид. центр НАУ, 2008. – 84 с.
2. Новикова Н. В. Элементы линейной алгебры и линейного программирования в экономике / Н. В. Новикова. – ТОМИНТЕХ, 2008. – 53 с.
3. Стариков А. В. Экономико-математическое и компьютерное моделирование : учеб. пособ. / Стариков А. В., Кущева И. С. – Воронеж, 2008. – 132 с.
4. Словопедія [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://slovopedia.org.ua/53/53414/363186.html